

Lijn door de toppen

3 maximumscore 4

- $f'_a(x) = 0$ geeft $e^{ax}(1+ax) = 0$ 1
- ($e^{ax} \neq 0$) dus $1+ax = 0$, dus (voor de x -coördinaat van de top geldt) 1

$$x = -\frac{1}{a}$$
- Voor de y -coördinaat van de top geldt $y = f_a\left(-\frac{1}{a}\right) = -\frac{1}{a} \cdot e^{-1}$ 1
- Dit is gelijk aan $\frac{1}{e} \cdot -\frac{1}{a}$ (dus de top ligt op lijn l) 1

of

- $f'_a(x) = 0$ geeft $e^{ax}(1+ax) = 0$ 1
- ($e^{ax} \neq 0$) dus $1+ax = 0$, dus (voor de x -coördinaat van de top geldt) 1

$$x = -\frac{1}{a}$$
- Uit $x = -\frac{1}{a}$ volgt $a = -\frac{1}{x}$ 1
- Invullen in f_a geeft $y = xe^{-\frac{1}{x}} = \frac{1}{e}x$ (dus de top ligt op lijn l) 1

of

- $f_a(x) = \frac{1}{e}x$ geeft $e^{ax} = \frac{1}{e}$ ($x=0$ voldoet niet) 1
- Dus $ax = -1$, dus $x = -\frac{1}{a}$ 1
- $f'_a\left(-\frac{1}{a}\right) = e^{a \cdot -\frac{1}{a}} + a \cdot -\frac{1}{a} e^{a \cdot -\frac{1}{a}}$ 1
- Dit is gelijk aan $e^{-1} - e^{-1} = 0$ (dus de top ligt op lijn l) 1

4 maximumscore 3

- (Er moet gelden: $F'_a(x) = f_a(x)$;) de afgeleide van e^{ax} is $e^{ax} \cdot a$ 1
- De afgeleide van $\frac{1}{a^2}e^{ax}$ is $\frac{1}{a^2}e^{ax} \cdot a = \frac{1}{a}e^{ax}$ 1
- Toepassen van de productregel geeft $F'_a(x) = \frac{1}{a}e^{ax} + \frac{1}{a}x \cdot ae^{ax} - \frac{1}{a}e^{ax} = xe^{ax}$
 $(= f_a(x))$ 1

Opmerking

Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel beide keren niet of niet correct heeft toegepast, dan geen scorepunten toekennen voor het eerste en tweede antwoordelement.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

5 maximumscore 5

- $xe^x = \frac{1}{e}x$ geeft $x=0$ of $e^x = e^{-1}$, dus $x=0$ of $x=-1$ 1
- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan $\int_{-1}^0 \left(\frac{1}{e}x - xe^x \right) dx$ 1
- Een primitieve van $\frac{1}{e}x$ is $\frac{1}{2e}x^2$ 1
- Een primitieve van $\frac{1}{e}x - xe^x$ is $\frac{1}{2e}x^2 - xe^x + e^x$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $1 - \frac{1}{2e} - \frac{2}{e}$ ($= 1 - \frac{5}{2e}$) 1

of

- $xe^x = \frac{1}{e}x$ geeft $x=0$ of $e^x = e^{-1}$, dus $x=0$ of $x=-1$ 1
- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan het verschil van $-\int_{-1}^0 xe^x dx$ en de oppervlakte van driehoek OPQ met P het snijpunt van l en de grafiek van f_1 en Q de loodrechte projectie van P op de x -as 1
- ($f_1(-1) = -\frac{1}{e}$, dus) de gevraagde oppervlakte is gelijk aan $-\int_{-1}^0 xe^x dx - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{e}$ 1
- Een primitieve van xe^x is $xe^x - e^x$, dus de gevraagde oppervlakte is gelijk aan $-\left[xe^x - e^x \right]_{-1}^0 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{e}$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $1 - \frac{2}{e} - \frac{1}{2e}$ ($= 1 - \frac{5}{2e}$) 1